

**Bolyai János matematikai vetélkedő 2008**  
**I. feladatsor megoldása**  
**Kilencedik évfolyam**

1. a, 2 és 0,5  
b, 1;4 és 0,25
2. Tegyük fel, hogy  $n$  igazmondó van a 11 ember között! Ekkor ők mindannyian az  $n$  számot mondják, a többiek viszont mind ettől különböző számot. Vagyis az  $n$  számot éppen  $n$ -szer halljuk válaszként. Ezek alapján a 11 ember között vagy nincs igazmondó (hiszen senki sem mondta, hogy 0), vagy három igazmondó van (hiszen a 3 éppen 3-szor szerepel a számok között).
3. Ha mind a 900Ft-ot cukorkára költjük, akkor  $900:60=15$  zacskónyt vehetünk. Ezekben lesz 15 matrica, így ezeket beválthatjuk újabb  $15:3=5$  zacskóra. Ha ezeket is kibontjuk, lesz még 5 matricánk, amiből hármat felhasználva kapunk még egy zacskót. Ha ezt is kibontjuk lesz még egy matrica, de az előzőkből még maradt 2, tehát kapunk még egy zacskót.  $15+5+1+1=22$
4. A szék 40 cm, Andi 100 cm és Bandi 110 cm.

5. Legyen  $x+1$  a sorszáma az első ma olvasott oldalnak, és jelölje  $k$  az elolvasott oldalak számát. Ekkor a feltételek alapján az alábbi összefüggést írhatjuk fel:  
 $x+1+x+2+\dots+x+k=2761$ . Végezzük el az összegzéseket pl. Gauss módszerével:  
 $kx+k(k+1):2=2761$ , majd mindkét oldalt szorozzuk meg kettővel:  $k(2x+k+1)=5522$ .  
Mivel 5522 prímtényezősz felbontása  $2 \cdot 11 \cdot 251$ , és a bal oldal két tényezője közül  $k$  a kisebbik, ezért a táblázatban látható lehetséges értékek adódnak.

k	1	2	11	22
$2x+k+1$	5522	2761	502	251
x	2760	1379	245	114

Mivel Sanyi már túl van a 150. oldalon, ezért csak a 246. oldalon kezdhetette az olvasást, és így 11 oldalt olvasott el a beszélgetés napján.

6. A számjegyek összege 56, így az 56 előtt álló számjegyek összege 45. A 9999956 szám nem osztható 56-tal, így a számban az 56 előtt 6 számjegy áll. Egy 56-tal osztható szám 8-cal is osztható, ezért az 56 előtt álló számjegy páros. Az utóbbiak alapján felírható legkisebb szám 19999856 nem osztható 56-tal. Ezért az első számjegy legalább kettes. Így felírhatjuk a 28999856 számot, de ez sem osztható 56-tal. A következőként felírható 29899856 szám lesz a keresett szám.
7. Minden 3. lapot kivéve a csomagból 22 lapunk, majd közülük minden negyedik kivétele után 17 lapunk, végül ezek közül minden 5. kivétele után 14 lapunk marad. Ezután a piros ász alulról a 8. , s így felülről a hetedik helyen van. Gondolatban helyezzük vissza a kivett kártyalapokat! Mivel utoljára minden 5. lapot vettünk ki, ezért most minden 4. lap után kell betennünk egy lapot. A piros ász elé, így egy lap kerül, ezáltal felülről a nyolcadik helyen lesz. Ha az előbbi meggondolás alapján visszarakjuk a másodszor kivett 4. lapokat, akkor minden 3. lap után kell betennünk egy lapot, s így a piros ász felülről a 10. helyen lesz. Végül, ha visszarakjuk az először kivett 3. lapokat, akkor minden második lap után kell betennünk egy lapot. Így a piros ász elé még 4 lap kerül, ezáltal ez a lap felülről a 14. helyen lesz.

8. Tudjuk, hogy Nagy és Kovács két tárgyat tanít közösen. Ez nem lehet a fizika, mert azt Kovács nem tanítja, nem lehet a matematika, mert ennek már mindkét tanárát ismerjük, és nem lehet a kémia sem, mert ennek egyik tanára Horváth. Mivel a feltétel szerint az angolt és a franciát ugyanazok tanítják, csak ez a két tárgy lehet Nagy és Kovács közös tárgya. Barna nem tanít matematikát, angolt és franciát, így a másik három tárgyat tanítja: fizikát, kémiát és földrajzot. Horváthnak és Kovácsnak még egy-egy tárgyat nem ismerjük, és a fizikának és földrajznak nem ismerjük még egy-egy tanárát. Kovács nem tanít fizikát, így csak földrajzot taníthat. Tehát a földrajzot tanító két tanár Barna és Kovács.
9. A csupa egyenlő jegyből álló háromjegyű számok: 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999. Ezekhez nem találunk olyan háromjegyű számot, melyet számjegyei összegével növelve, illetve csökkentve a kapott két szám az itt felsoroltak közül kerüljön ki. De gondoljunk a 99-re és a 111-re, mely szintén egyenlő számjegyekből áll. A 99 és 111 lesz a csökkentéssel és növeléssel kapott két szám, s a keresett szám a 105.  $105+(1+0+5)=111$  ;  $105-(1+0+5)=99$
10.  $2^{25}$
11. a, Arany Dániel  
 b, Arkhimédész  
 c, Bolyai Farkas  
 d, René Descartes  
 e, Eratoszthenész  
 f, Eukleidész  
 g, Fibonacci  
 h, Gauss, Carl Friedrich  
 i, Isaac Newton  
 j, Püthagorasz
12. a, igaz  
 b, hamis (Tokaj)  
 c, igaz  
 d, hamis (Recorde)  
 e, hamis (1766)  
 f, igaz  
 g, igaz  
 h, hamis (nem akart nevetséges lenni, ezért félt)  
 i, hamis (32)  
 j, hamis (fordítva)
13. Vajdának, sürgetőt, Gaussra, 6, Gerlinghez, 3, Gauss, Allgemeinebe, summa, exstitit, ingens, Newton, Gauss, Axióma, XIet, Gergely, 3, egy, ördög, Gergely, halál, syllaba, brevissége